Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной инженерии и компьютерной техники

**­­­­­Лабораторная работа №2**

**по дисциплине «Вычислительная математика»**

**«Численное решение нелинейных уравнений и систем»**

Вариант №3

Группа: P3212

Выполнил: Балин А. А.

Проверила: Наумова Н. А.

# Цель работы

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

# Вычислительная реализация

## Решение нелинейного уравнения

Уравнение: = 0.

* *Отделить корни и интервалы изоляции корней графически*

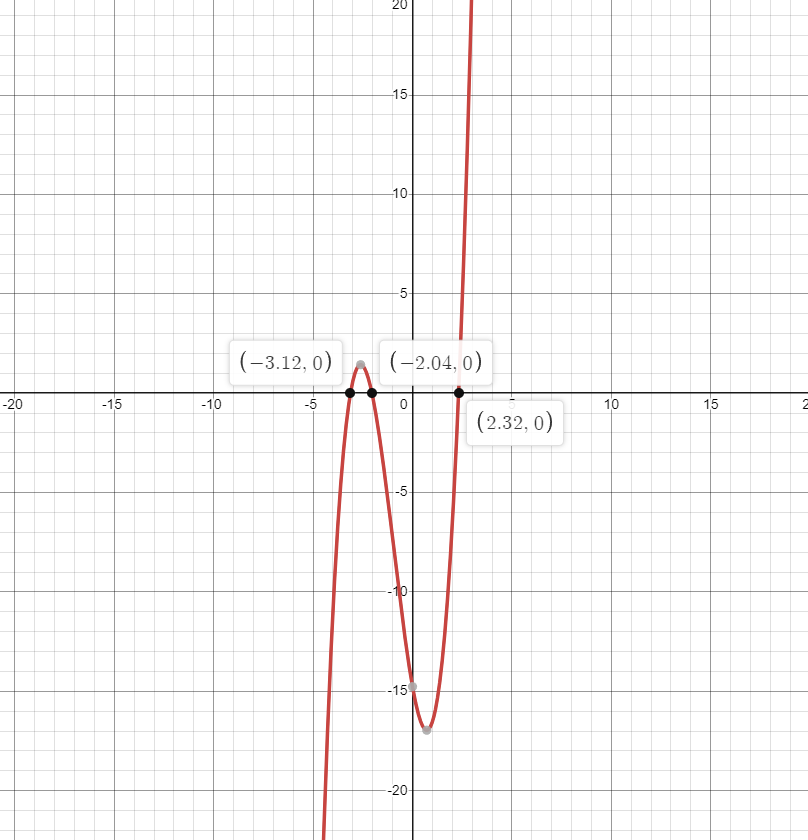


Рисунок 1. График исходной функции f(x).

Крайний левый корень уравнения находится в интервале .

Центральный в интервале .

Крайний правый в интервале

Точные значения корней указаны на рисунке.

* *Уточнение крайнего правого корня с помощью метода половинного деления*

Здесь и далее требуемая точность .

Вычислим теоретическое количество итераций для требуемой точности:

Вычисления:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ итерации** |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **0** | **2,000** | **3,000** | **2,500** | **-6,618** | **20,976** | **4,594** | **1,000** | **НЕТ** |
| **1** | **2,000** | **2,500** | **2,250** | **-6,618** | **4,594** | **-1,611** | **0,500** | **НЕТ** |
| **2** | **2,250** | **2,500** | **2,375** | **-1,611** | **4,594** | **1,336** | **0,250** | **НЕТ** |
| **3** | **2,250** | **2,375** | **2,313** | **-1,611** | **1,336** | **-0,176** | **0,125** | **НЕТ** |
| **4** | **2,313** | **2,375** | **2,344** | **-0,176** | **1,336** | **0,570** | **0,063** | **НЕТ** |
| **5** | **2,313** | **2,344** | **2,328** | **-0,176** | **0,570** | **0,195** | **0,031** | **НЕТ** |
| **6** | **2,313** | **2,328** | **2,320** | **-0,176** | **0,195** | **0,009** | **0,016** | **НЕТ** |
| **7** | **2,313** | **2,320** | **2,316** | **-0,176** | **0,009** | **-0,084** | **0,008** | **ДА** |

Таблица 1. Уточнение правого корня.

* *Уточнение крайнего левого корня с помощью простого метода итерации*

Выразим из исходного уравнения и проверим достаточное условие сходимости:

На интервале функция , следовательно, достаточный признак не выполнен, поэтому не при всех начальных приближениях на итерационная последовательность будет сходиться к искомому . При подстановке начального приближения последовательность не сходилась при числе итераций , а при сошлась:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ итерации** |  |  |  |  |  |  |
| **0** | **-3,000** | **-3,136** | **-3,115** | **0,030** | **0,136** | **НЕТ** |
| **1** | **-3,136** | **-3,115** | **-3,121** | **-0,009** | **0,021** | **НЕТ** |
| **2** | **-3,115** | **-3,121** | **-3,119** | **0,003** | **0,007** | **ДА** |

Таблица 2. Уточнение левого корня.

Немного о способе преобразования уравнений:

* *Уточнение центрального корня методом Ньютона*

Нужно выбрать начальное приближение :

;

;

Следовательно, .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ итерации** |  |  |  |  |  |  |
| **0** | **-2,000** | **-0,194** | **-4,966** | **-2,039** | **0,039** | **НЕТ** |
| **1** | **-2,039** | **-0,005** | **-4,715** | **-2,040** | **0,001** | **ДА** |

Таблица 3. Уточнение среднего корня.

## Решение системы нелинейных уравнений

Исходная система:

Решим её методом простой итерации.

* *Отделение корней графически*

Изображение выглядит как диаграмма, График, линия, текст

Автоматически созданное описание

Рисунок 2. График исходной системы уравнений.

Как видно на рисунке 2, решение уравнения ограничено:

*,*

*,*

поэтому выберем начальное приближение и .

* *Решение системы и проверка достаточного условия сходимости*

Выразим переменные:

Проверим достаточное условие сходимости:

;

;

На заданном множестве для и :

Следовательно, достаточное условие сходимости не выполняется и итерационный ряд может расходиться.

Вычисления:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ итерации** |  |  |  |  |  |  |  |
| **0** | **3,000** | **1,000** | **3,540** | **0,916** | **0,540** | **0,084** | **НЕТ** |
| **1** | **3,540** | **0,916** | **3,609** | **1,325** | **0,069** | **0,408** | **НЕТ** |
| **2** | **3,609** | **1,325** | **3,244** | **1,361** | **0,365** | **0,037** | **НЕТ** |
| **3** | **3,244** | **1,361** | **3,208** | **1,123** | **0,036** | **0,238** | **НЕТ** |
| **4** | **3,208** | **1,123** | **3,433** | **1,095** | **0,225** | **0,028** | **НЕТ** |
| **5** | **3,433** | **1,095** | **3,458** | **1,259** | **0,025** | **0,164** | **НЕТ** |
| **6** | **3,458** | **1,259** | **3,307** | **1,275** | **0,152** | **0,016** | **НЕТ** |
| **7** | **3,307** | **1,275** | **3,291** | **1,171** | **0,016** | **0,104** | **НЕТ** |
| **8** | **3,291** | **1,171** | **3,389** | **1,160** | **0,098** | **0,012** | **НЕТ** |
| **9** | **3,389** | **1,160** | **3,400** | **1,230** | **0,011** | **0,070** | **НЕТ** |
| **10** | **3,400** | **1,230** | **3,334** | **1,237** | **0,065** | **0,007** | **НЕТ** |
| **11** | **3,334** | **1,237** | **3,327** | **1,191** | **0,007** | **0,046** | **НЕТ** |
| **12** | **3,327** | **1,191** | **3,370** | **1,186** | **0,043** | **0,005** | **НЕТ** |
| **13** | **3,370** | **1,186** | **3,375** | **1,217** | **0,005** | **0,031** | **НЕТ** |
| **14** | **3,375** | **1,217** | **3,346** | **1,220** | **0,028** | **0,003** | **НЕТ** |
| **15** | **3,346** | **1,220** | **3,343** | **1,200** | **0,003** | **0,020** | **НЕТ** |
| **16** | **3,343** | **1,200** | **3,362** | **1,198** | **0,019** | **0,002** | **НЕТ** |
| **17** | **3,362** | **1,198** | **3,364** | **1,211** | **0,002** | **0,013** | **НЕТ** |
| **18** | **3,364** | **1,211** | **3,352** | **1,213** | **0,012** | **0,001** | **НЕТ** |
| **19** | **3,352** | **1,213** | **3,350** | **1,204** | **0,001** | **0,009** | **ДА** |

Таблица 4. Поиск решения системы методом простых итераций.

Нам повезло, и итерационная последовательность сошлась к решению с заданной точностью.

# Программная часть

# Вывод

В ходе реализации данной лабораторной работы я ознакомился с численными методами решения нелинейных уравнений и их систем.